**FORMULE MATEMATICE,**
**material compensatoriu**
**pentru elevii cu TSI,**
Matematică,
Evaluarea Națională

**Dana MORAR (profesor matematică)**
**Anca MAIER (profesor de sprijin)**
**Angela VEREȘEZAN (profesor de sprijin)**

# FORMULE MATEMATICE,

**material compensatoriu**
**pentru elevii cu TSI,**
Matematică,
Evaluarea Națională

**ISBN 978-973-0-43500-9**
**Cluj-Napoca, 2026**

# ALGEBRĂ

## NUMERE NATURALE

$\mathbb{N}$ **- mulțimea numerelor naturale** $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

**Mulțimea numerelor naturale nenule:** $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,...\}$

**Numere <u>consecutive</u>:** - *exemplu*: 8; 9, 10;

**Numere <u>pare</u>:** - ultima cifră este 0; 2; 4; 6 sau 8

**Numere <u>impare</u>:**- ultima cifră este 1; 3; 5; 7 sau 9

**<u>Pătrat perfect</u> $a^2$**: *exemplu:* $0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$ ; $5^2 = 25$...

**<u>Cub perfect</u> $a^3$** -*exemplu*: $0^3 = 0$; $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$...

**<u>Suma lui Gauss</u>** $1+2+3+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

**Teorema împărțirii cu rest:** $D = Î \cdot C + R$ , $R < 1$

**Factor comun**: $6x+6y = \mathbf{6}(x+y)$ , $2-2x = \mathbf{2}(1-x)$

## PUTERI

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$0^n = 0$

$1^n = 1$

$a^0 = 1$

$0^0$ *-nu este definit*

**Reguli de calcul cu puteri:**

$a^m \cdot a^p = a^{m+p}$

$a^m : a^p = a^{m-p}$

$(a^m)^p = a^{m \cdot p}$

$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

## NUMERE ÎNTREGI

$\mathbb{Z}$ **- mulțimea numerelor întregi**

$\mathbb{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

***Numere pozitive***:

12; 3; 546 etc.

***Numere negative***:

- 23; - 2, - 137 etc.

**- opusul** lui 35 este -35;

**- opusul** lui - 49 este 49

**Operații cu numere întregi**

$+3 + 2 = +5$

$-3 + 4 = +1$

$+5 - 7 = -2$

$-3 - 5 = -8$

$(-3)^2 = 9$

$(-3)^3 = -27$

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

$(+3) \cdot (+5) = (+15)$

$(-2) \cdot (+3) = (-6)$

$(+4) \cdot (-3) = (-12)$

$(-2) \cdot (-5) = (-10)$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$

## DIVIZIBILITATE

**Număr <u>prim</u>** – număr cu exact doi divizori

*exemplu:* 2; 3; 5; 7; 11, 17, 19, 23, 29 etc

**Număr <u>compus</u>**- număr care are mai mult de doi divizori;

*exemplu* 4; 6; 8; 9; 10…

**Divizorii** lui 18: $D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

**Multiplii** lui 20: $M_{20} = \{0; 20; 40; 60\ldots\}$

**Cel mai mare divizor comun**

<u>c.m.m.d.c.</u> (6; 15)= 3

**Cel mai mic multiplu comun**

<u>c.m.m.m.c.</u> [6; 15]=30

**exemplu:** $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$b = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$

<u>*c.m.m.d.c.*</u> $= 2^2 \cdot 7$

<u>*c.m.m.m.c.*</u> $= 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

### CRITERII DE DIVIZIBILITATE

**<u>Ultima cifră</u>**

**-cu 2**: ultima cifră este 0; 2; 4; 6, 8 (*exemplu 2<u>6</u>*)

**-cu 5**: ultima cifră este 0 sau 5 (*exemplu 23<u>5</u>; 32<u>0</u>*)

**-cu 10**: ultima cifră este 0 (*exemplu 27<u>0</u>*)

**<u>Suma cifrelor</u>**

**-cu 3**: suma cifrelor se divide cu 3 (*exemplu 321)*

**-cu 9**: suma cifrelor se divide cu 9 (*exemplu 3231*)

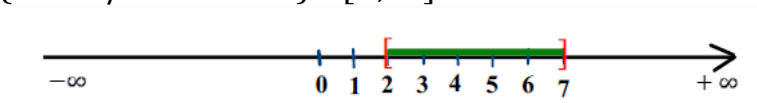
**<u>Numărul format din ultimele două cifre</u>**

**-cu 4**: numărul format din ultimele două cifre se divide cu 4 ( *exemplu 21<u>6</u>*)

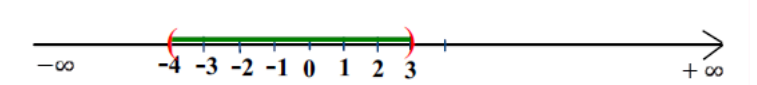
**-cu 25**: ultimele două cifre sunt 00; 25; 50; 75 (*exemplu 17<u>5</u>*)

## Intervale

$\{x \in \mathbb{R} / \ 3 \leq x \leq 7\} = [2;\ 7]$ → **interval închis**

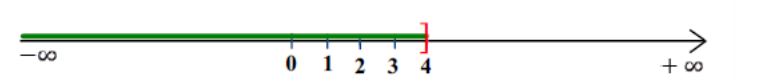



$\{x \in \mathbb{R} / \ -4 < x < 3\} = (-4;\ 3)$→ **interval deschis**




$\{x \in \mathbb{R} / \ x > -2\} = (-2;\ +\infty)$→ **(-2 ... plus infinit)**

$\{x \in \mathbb{R} / \ x \leq 4\} = (-\infty;\ 4]$→**( minus infinit...4)**




## Radicali

$\sqrt{81} = 9\ ; \sqrt{137} \cdot \sqrt{137} = 137$

$\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6 \cdot 3} = \sqrt{18} \qquad \sqrt{431^2} = 431$

**Scoaterea factorilor de sub radical**

$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

**Introducerea factorilor sub radical**

$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$

## Calcul algebric

| | |
|---|---|
| 3x+4x = 7x | 2( 4n- 3) = 8n – 6 |
| 2y-7y = - 5y | (a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd |
| $-2a^2 - 6a^2 = -8a^2$ | $(x^2 - 3)(x-5) = x^3 - 5x^2 - 3x + 15$ |
| b + b = 2b | +(-3+x-y)= -3+x-y |
| $a \cdot a = a^2$ | -(x-y+5) = -x+y-5 |
| $-2x \cdot 5x^3 = -10x^4$ | |

**Trecerea termenilor dintr-un membru în altul la egalități**:

*- termenii se pot trece dintr-un membru în celălalt cu semn schimbat*

**x–a+b=c–y+z → x+y–z=c+a–b**

## Raționalizarea numitorului

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\,2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{5}{4-\sqrt{3}} = \frac{4+\sqrt{3}\,5}{4-\sqrt{3}} = \frac{5(4-\sqrt{3})}{(4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3})} = \frac{20-5\sqrt{3}}{16-3} = \frac{20-5\sqrt{3}}{13}$$

## FRACȚII ORDINARE

●***exemple*** $\frac{2}{7}$ **;** ***inversul*** lui $\frac{2}{7}$ este $\frac{7}{2}$**;** ***inversul*** lui 25 este $\frac{1}{25}$

- subunitare: $\frac{a}{b}$ $\boldsymbol{cu\ a < b, b \neq 0}$ ; *exemple:* $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{10}$ ;

- supraunitare : $\frac{a}{b}$ $\boldsymbol{cu\ a > b, b \neq 0}$ ; *exemple:* $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{12}{9}$

- echiunitare : $\frac{a}{b}$ $\boldsymbol{cu\ a = b}$ *exemple:* $\frac{3}{3}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{12}{12}$

-ireductibile ( nu se pot simplifica) $\frac{2}{13}$

-reductibile (se pot simplifica) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

-echivalente $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ (2·9= 3·6)

## TRANSFORMAREA FRACȚIILOR ZECIMALE

●***exemple:*** 0,5; 1,37; 4, (8); 3,4(7) etc

- finite 0,1=$\frac{1}{10}$

- periodice simple 0,(2)= $\frac{2}{9}$

- periodice mixte 2,13(5)= $\frac{2135-213}{900}$

## RAPOARTE, PROPORȚII, PROCENTE

Procente *4% din 400* =$\frac{4}{100}$ · 400= 16

Raportul numerelor 2 și 5 este $\frac{2}{5}$

Proporție- egalitatea a două rapoarte

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ; 2·6=3·4 (produsul *extremilor*=produsul *mezilor*)

## MĂRIMI DIRECT ȘI INVERS PROPORȚIONALE

Numere direct proporționale: (x; y; z) d.p.(2; 3; 5) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$=k

Numere invers proporționale: (x; y; z) i.p.(2; 3; 5)

2·x=3·y=5·z=k

**Regula de trei simplă**

***a) Dacă mărimile sunt direct proporționale***

**Exemplu**: **3 creioane costă 15 lei. Cât cost 5 creioane?**

*3 creioane ... 15 lei*
*5 creioane ....x lei*

x = $\frac{5 \cdot 15}{3}$ = *25 lei*

***a) Dacă mărimile sunt invers proporționale***

**Exemplu**: 3 robinete pot umple un bazin in 14 ore. În cât timp pot umple bazinul 7 robinete?

*3 robinete ... 14 ore*
*7 robinete ....x ore*

x = $\frac{3 \cdot 14}{7}$ = *6 ore*

## PROBABILITĂȚI

**Probabilitatea unui eveniment =** $\frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}$

## MODUL

$|x| = \begin{cases} x \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$

| 2 | = 2

|-2| = 2

## MULȚIMI

**Simboluri:**

-aparține $\in$ -nu aparține $\notin$ - -oricare $\forall$

-inclusă $\subset$ -include $\supset$ -există $\exists$

-mulțimea vidă $\emptyset$ ( nu are niciun element)

-cardinalul unei mulțimi- numărul de elemente ale mulțimii

A={a; b; c} cardA=3

-mulțimi disjuncte- nu au elemente comune

N-mulțimea numerelor naturale

Z- mulțimea numerelor întregi

Q- mulțimea numerelor raționale

R- mulțimea numerelor reale

$N \subset Z \subset Q \subset R$

**Operații cu mulțimi**

A={1; 4; 9}, B= {7; 9}

*Reuniunea* $A \cup B=\{1; 4; 7; 9\}$

*Intersecția* $A \cap B=\{ 9\}$

*Diferența* A-B={1; 4}

*Produsul cartezian* AxB={(1; 7); (1; 9); (4; 7); (4; 9); (9;7); (9;9)}

## FORMULE DE CALCUL

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

**Medii**

***aritmetică*** $m_a = \frac{a+b}{2}$

***geometrică*** $m_g = \sqrt{a \cdot b}$

***armonică*** $m_h = \frac{2xy}{x+y}$

**Inegalitatea mediilor** $m_h \leq m_g \leq m_a$

## Descompunerea expresiilor în factori

●Prin factor comun:

$x^3 - 2x^2 = x^2(x-2)$

$(a-3)^5 - (a-3)^4 = (a-3)^4(a-3-1)$

● Prin formule:

$x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$

$25x^2 - 10x + 1 = (5x-1)^2$

●Prin grupări de termeni:

$3b^3 + 3b^2 + 5b + 5 = 3b^2(b+1) + 5(b+1) = (b+1)(3b^2 + 5)$

$x^2 + 8x + 12 = x^2 + 2x + 6x + 12 = x(x+2) + 6(x+2) = (x+2)(x+6)$

## SISTEME DE ECUAȚII

**-metoda substituției**

***Exemplu:***

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 2x - (5 - x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 2x - 5 + x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 3x - 5 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 3x = 1 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 3x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

***-metoda reducerii***

***Exemplu:***

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

*- se adună cele două ecuații pentru că se reduce y*

$8x = 16,$

$x = 2$

*-se înlocuiește x în una din ecuații și se calculează y*

$3x + 2y = 12$

$3 \cdot 2 + 2y = 12$

$6 + 2y = 12$

$2y = 12 - 6$

$y = 3$

## ECUAȚIA DE GRADUL II

Ecuația de gradul II

$ax^2 + bx + c = 0$
$a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
discriminant

**$\Delta > 0$**

$x_{1,2} \in \mathbb{R}$
$x_1 \neq x_2$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
sau
$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

**$\Delta = 0$**

$x_{1,2} \in \mathbb{R}$
$x_1 = x_2 = x_0$

$x_0 = \frac{-b}{2a}$

**$\Delta < 0$**

$x_{1,2} \notin \mathbb{R}$

nu sunt soluții reale

**Descompuneri**

**$\Delta > 0$**

$ax^2 + bx + c =$

$= a(x - x_1)(x - x_2)$

**$\Delta = 0$**

$ax^2 + bx + c =$

$= a(x - x_0)^2$

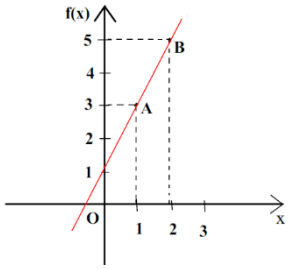
**$\Delta < 0$**

nu se realizează descompuneri în $\mathbb{R}$

## FUNCȚII

f:A→B A- *domeniul de definiție*
B- *codomeniul valorilor*

f:R→R f(x)=ax+b
f(x) = 2x + 1
f(1) = 2· 1 + 1=3 A(1; 3)
f(2) = 2· 2 + 1=5 B(2; 5)




**Graficul funcției**

●***Calcularea coordonatelor punctelor de intersecție a graficului cu :***
- cu axa Oy→ se calculează f(0); f(0)= 1⇒ **A(0; 1)**
- cu axa Ox→ se calculează ecuația f(2)= 0;

2x+1=0 ⇒ 2x= -1; x= $-\frac{1}{2}$ ⇒**B(**$-\frac{1}{2}$**; 0)**

***Dacă punctul P(u,v) se află pe graficul functiei f, atunci f(u)=v.***

●***Calcularea coordonatelor punctelor de intersecție a graficelor a două funcții f și g*** → **se rezolvă ecuația f(x) = f(g)**

● ***Determinarea functiei de gradul I cunoscând două puncte ale graficului:***
***exemplu***: dacă graficul trece prin punctele M(2;8) si N(3;11).

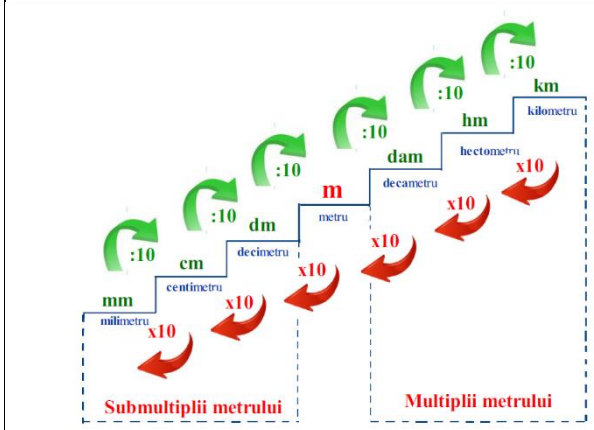
**f(x)=ax+b** ⇒ f(2)=8, f(3)=11 ⇒ se rezolvă sistemul de ecuații

$\begin{cases} 2a + b = 8 \\ 3a + b = 11 \end{cases}$ (-)

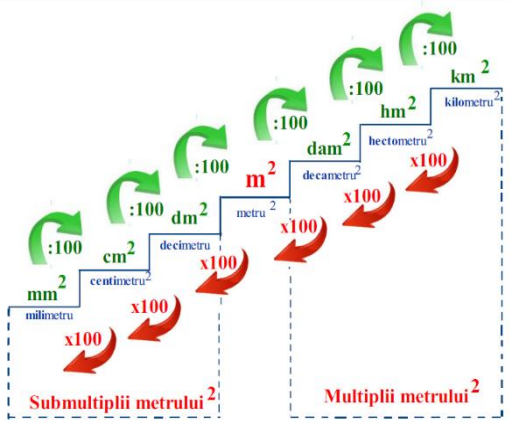
a=3, b=2 ⇒f(x)=3x+2

# UNITĂȚI DE MĂSURĂ

## Lungime

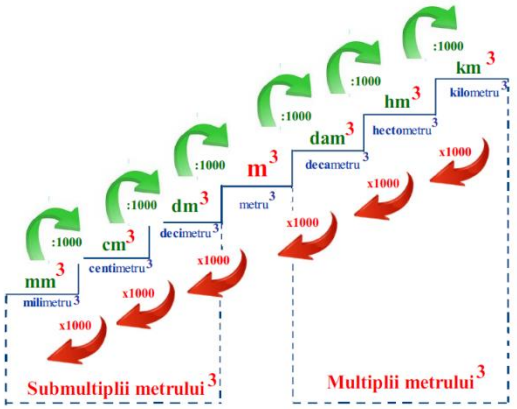



## Arie

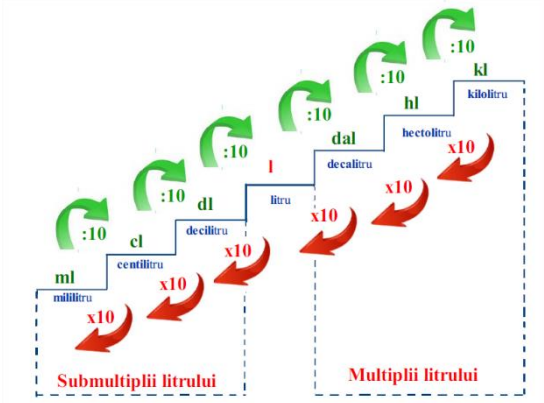



*1 ar= 1 dam$^2$=100m$^2$*
*1ha= 1hm$^2$=100 ari= 10 000 m$^2$*

## Volum

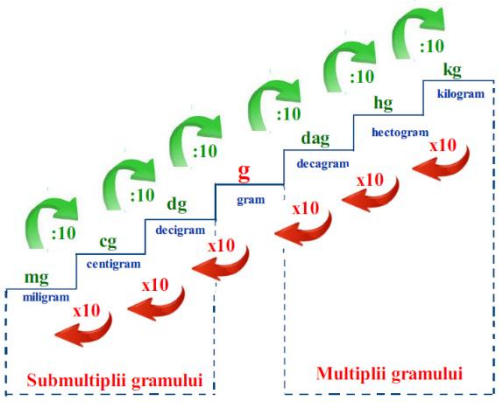



## Capacitate




**1l= 1dm$^3$*

## Masă




*1 t= 1000 kg* ** t (tonă)*
*1q= 100 kg* ** q (quintal)*

## Timp

**1 oră = 60 minute**

**1 minut = 60 secunde**

**1 deceniu – 10 ani**

**1 secol = 100 ani**

**1 mileniu = 1000 ani**

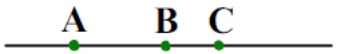
**¼ ore = 15 minute**

**½ ore = 30 minute**

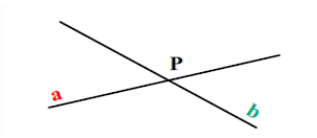
# GEOMETRIE

## PUNCTE ȘI DREPTE

-**puncte coliniare** (situate pe o dreaptă)




-**drepte concurente** (se intersectează)

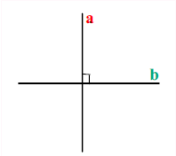



a∩b={P}

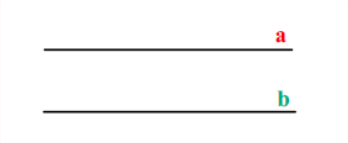
P-punct de concurență

-**segmente congruente**(lungimi egale) AB ≡ CD

-**drepte perpendiculare**(formează un unghi drept) a⊥b




-**drepte paralele** a∥b ( nu se intersectează, sunt în același plan)



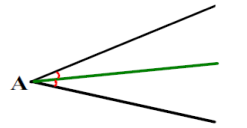

## AXIOMA LUI EUCLID

Printr-un punct exterior unei drepte se poate duce **o singură paralelă** la o dreaptă dată.

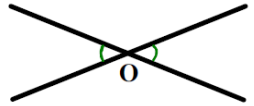
## UNGHIURI

-**congruente** (măsuri egale)

-**adiacente**( au același vârf, o latură comună și interioarele nu au puncte comune)




-**opuse la vârf** (același vârf, dar laturile sunt în prelungirea laturilor celuilalt)




Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente

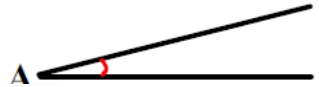
-**complementare** $\measuredangle A+\measuredangle B=90^0$

-**suplementare** $\measuredangle A+\measuredangle B=180^0$

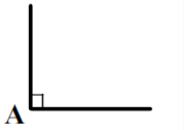
-**unghi nul** $\measuredangle A=0$

-**unghi alungit** $\measuredangle A=180^0$

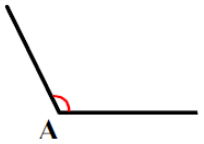
-**unghi ascuțit** $\measuredangle A<90^0$




-**unghi drept** $\measuredangle A=90^0$

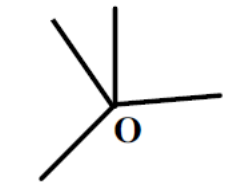



-**unghi obtuz** $90^0<\measuredangle A<180^0$



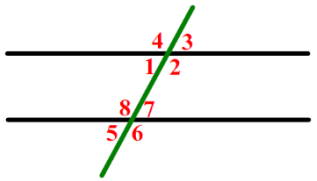

**Unghiuri în jurul unui punct**

-suma unghiurilor în jurul unui punct este de $360^0$




**Unghiuri formate de două drepte cu o secantă**

- alterne interne 1 și 7; 2 și 8
- alterne externe 3 și 5; 4 și 6
- corespondente 1 și 5; 2 și 6; 3 și 7; 4 și 8




***Dacă dreptele sunt paralele, perechile de unghiuri sunt congruente.***

## FIGURI GEOMETRICE

**Triunghi**

**Clasificare**

**● după laturi**

*1. oarecare* -are laturi de lungimi diferite

*2. isoscel* -are două laturi congruente

*3. echilateral* -are toate laturile congruente

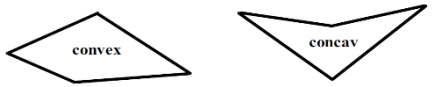
**● după unghiuri**

*1. ascuțitunghic* - are toate unghiurile ascuțite

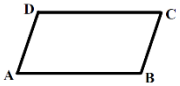
*2. dreptunghic* - are un unghi drept; laturile se numesc catete și ipotenuză

*3. obtuzunghic* - are un unghi obtuz

**Patrulaterul**-poligonul cu 4 laturi

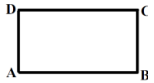



**Paralelogramul**
-patrulaterul cu laturile opuse paralele

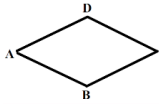



***Proprietăţile paralelogramului***:
*- laturile opuse sunt congruente;*
*- unghiurile opuse sunt congruente;*
*- unghiurile alăturate sunt suplementare;*
*= diagonalele au acelaşi mijloc;*

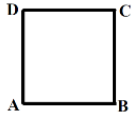
**Dreptunghiul**
-paralelogramul cu un unghi drept



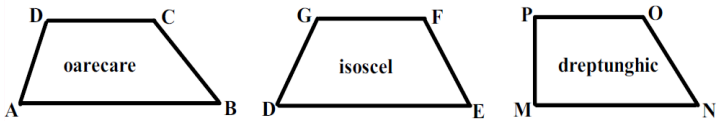

**Rombul**
- paralelogramul cu toate laturile congruente




**Pătratul**
-paralelogramul care este romb si dreptunghi

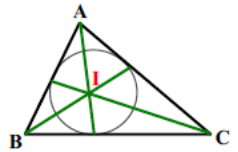



**Trapezul**
-patrulaterul cu 2 laturi paralele si 2 neparalele

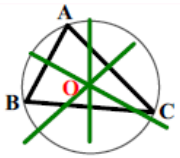



## LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI

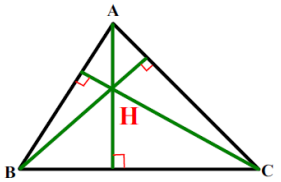
**Bisectoarea**
-împarte unghiul în două unghiuri congruente
Punctul de intersecție a bisectoarelor este centrul cercului înscris(I)



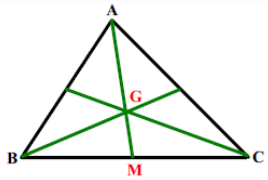

**Mediatoarea**-perpendiculara pe mijlocul segmentului
Punctul de intersecție a mediatoarelor este centrul cercului circumscris(O)




**Înălțimea**
– perpendiculara din vărful triunghiului pe latura opusă
Punctul de intersecție a înălțimilor este ortocentru.




**Mediana**-segmentul care unește vărful triunghiului cu mijlocul laturii opuse
Punctul de intersecție a medianelor este centru de greutate(G)




**GM= $\frac{1}{3}$ AM; AG= $\frac{2}{3}$ AM**

# ARII ŞI ALTE FORMULE

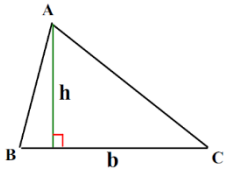
## Triunghi

$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$; $A_\Delta = \frac{a b \sin C}{2}$;

$A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,

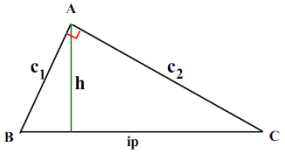
unde p este semiperimetrul p = $\frac{a+b+C}{2}$

***(formula lui Heron)***




## Triunghi dreptunghic

h = $\frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$ ; $A_{\Delta dr.} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

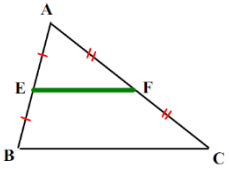



## Linia mijlocie

- unește mijloacele a două laturi; EF= $\frac{BC}{2}$

este paralelă cu a treia latură și

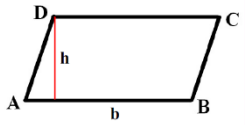
este jumătate din aceasta.




## Paralelogram

**P= 2L+2l**

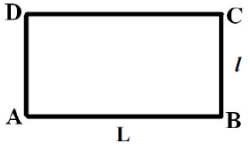
**A= b·h**




## Dreptunghiul

**P= 2L+2l**

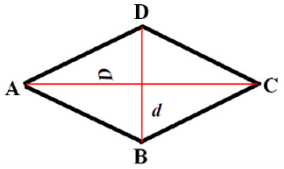
**A= L·l**




## Romb

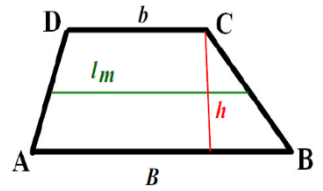
**P= 4l**

**A= $\frac{D \cdot d}{2}$**




## Trapez

**A= $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$** sau **A= $l_m \cdot h$**




## Lina mijlocie în trapez

-unește mijloacele laturilor neparalele;

- este paralelă cu bazele și

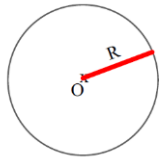
este egală cu media lor aritmetică

**$l_m = \frac{B+b}{2}$**

## Cercul

Lungime(circumferința) **L = 2 πR**

**A=πR²**



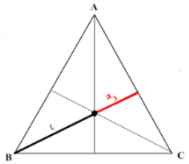

# POLIGOANE REGULATE

## Triunghi echilateral

$h_{\Delta ech} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

$P_{\Delta ech} = 3 \cdot l$

$A_{\Delta ech} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$




$a_3 = \frac{1}{3} \cdot h_{\Delta ech}; R = 2a_3$

$a_3$ = apotema $\Delta$ ech

R = raza cercului circumscris

## Pătrat

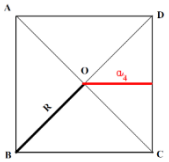
$a_4 = \frac{l}{2}$

$d_P = l\sqrt{2}$

$R = \frac{d_P}{2}$

$P_p = 4 \cdot l$

$A_p = l^2$



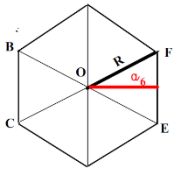

## Hexagon

$a_6 = h_{\Delta ech}$

$R = l$

$P_{hexa} = 6 \cdot l$

$A_{he \times a} = 6 \cdot A_{\Delta ech}$



## TEOREME IMPORTANTE

**Cazurile de congruență**

L.U.L.(latură, unghi, latură)

U.L.U.(unghi, latură, unghi)

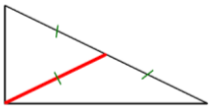
L.L.L.(latură, latură, latură)

Suma unghiurilor unui triunghi este de $180^0$ $\measuredangle A+\measuredangle B+\measuredangle C=180^0$

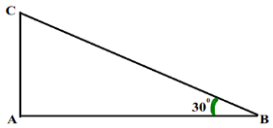
Suma unghiurilor unui patrulater este de $360^0$ $\measuredangle A+\measuredangle B+\measuredangle C+\measuredangle D=360^0$

Într-un triunghi isoscel unghiurile de la bază sunt **congruente**.

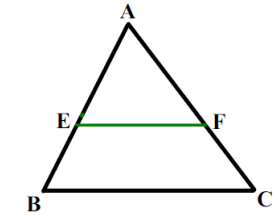
Într-un **triunghi dreptunghic** mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea acesteia.



Într-un **triunghi dreptunghic** cateta care se opune unui unghi de $30^0$ este jumătate din lungimea ipotenuzei.




**Teorema lui Thales**

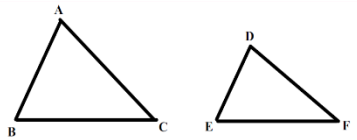



în $\Delta ABC$: EF‖ BC → $\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}$

**Teorema fundamentală a asemănării**

Dacă EF‖ BC atunci $\Delta AEF \sim \Delta ABC$, adică $\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}$

## CAZURILE DE ASEMĂNARE ALE TRIUNGHIURILOR



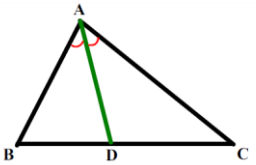

1.$\measuredangle A=\measuredangle D$ și $\measuredangle B=\measuredangle E$

2. $A=\measuredangle D$ și $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$

3. $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$

**Teorema bisectoarei**

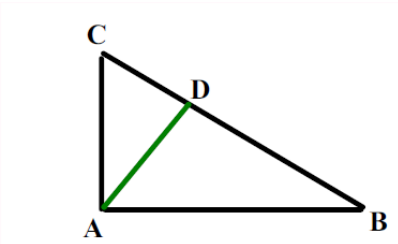
Dacă AD- bisectoare, atunci $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$




***<u>Într-un triunghi dreptunghic(AD⊥BC)</u>***

**Teorema înălțimii**

$AD^2 = BD \cdot DC$




**Teorema catetei**

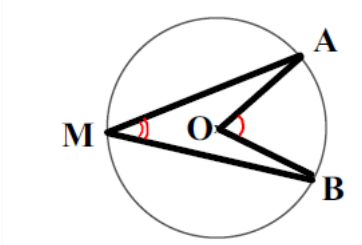
$AB^2=BD\cdot BC$

**Teorema lui Pitagora**

$BC^2 = AB^2+AC^2$

**Unghi la centru**

$\measuredangle AOB= \overset{\frown}{AB}$

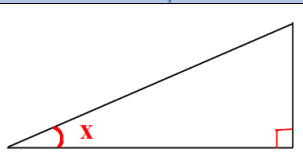



**Unghi înscris în cerc**

$\measuredangle AMB=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

## NOȚIUNI DE TRIGONOMETRIE

***sinus, cosinus, tangentă, cotangentă***



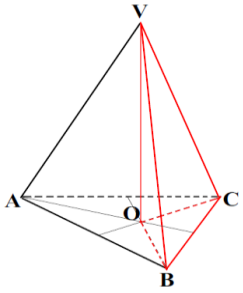

$$\sin X = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}} \qquad \cos X = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}}$$

$$tg\ X = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}} \qquad ctgX = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}$$

***Tabel valori notabile***

| *Unghi* | *sin* | *cos* | *tg* | *ctg* |
|---|---|---|---|---|
| 30° | $\frac{1}{2}$ ↓ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ↑ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ↓ | $\sqrt{3}$ ↑ |
| 45° | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ↓ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ↑ | 1 ↓ | 1 ↑ |
| 60° | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ↓ | $\frac{1}{2}$ ↑ | $\sqrt{3}$ ↓ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ↑ |

## Calculul distanțelor în spațiu (cu ajutorul volumelor)→volumul corpurilor se conservă

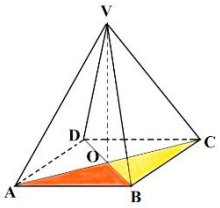



**Cl**: a) d(A; (VBC))= ?
b)d(O: (VBC))=?
**Dem**:
*a)Scriem volumul în două moduri*
$V_{VABC} = V_{AVBC}$

$$\frac{VO \cdot A_{\Delta ABC}}{3} = \frac{d(A;(VBC)) \cdot A_{\Delta VBC}}{3}$$

*b) Scriem volumul piramidei VOBC în două moduri:*

$$V_{VOBC} = \frac{V_{VABC}}{3} = \frac{d(O:(VBC)) \cdot A_{\Delta VBC}}{3}$$




**Cl**: a) d(A:(VBC))
b)d(O;(VBC))
**Dem.:**
a)*Scriem volumul $V_{VABC}$ în două moduri:*

$$V_{VABC} = \frac{V_{VABCD}}{2} = \frac{d(A:(VBC) \cdot A_{\Delta VBC}}{3}$$

b) *Scriem volumul $V_{VoBC}$în două moduri:*

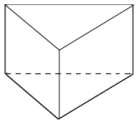
$$V_{VOBC} = \frac{V_{VABCD}}{4} = \frac{d(O:(VBC)) \cdot A_{\Delta VBC}}{3}$$

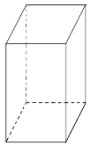
# GEOMETRIE ÎN SPAȚIU

## POLIEDRE

### Prisma

- ● *prisma triunghiulară*
- ● *prisma patrulateră*





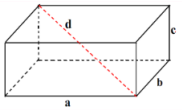
$V = A_B \cdot h$

$A_l$ = suma ariilor fețelor laterale

$A_l = P_B \cdot h$

Aria totală $A_t = A_l + 2A_B$

### *Diagonala paralelipipedului*




$\mathbf{d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

### *Diagonala cubului* $\mathbf{d = l\sqrt{3}}$

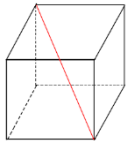
muchii= 12l

$A_{fețe} = l^2$

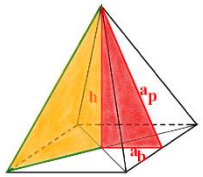
$A_l = 4l^2$

$A_t = 6l^2$

$V = l^3$



### Piramida




$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$

$A_l = \frac{P_B \cdot ap}{2}$

$A_t = A_l + A_B$

**apotemă**- înălțimea unei fețe laterale

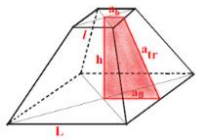
$$a_p^2 = h^2 + a_b^2$$

### Trunchiul de piramidă

$V = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$

$A_l = \frac{(P_B + P_b) \cdot a_{tr}}{2}$

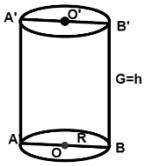
$A_t = A_l + A_B + A_b$




$$a_{tr}^2 = h^2 + (a_B - a_b)^2$$

## CORPURI ROTUNDE

### Cilindrul

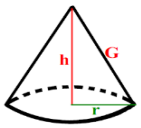



$A_l = 2\pi RG$

$A_t = A_L + 2A_B$

$V = \pi R^2 h$

### Conul




$A_l = \pi RG$

$A_t = A_l + A_B$

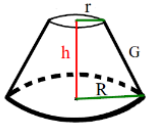
$V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$

$G^2 = h^2 + R^2$

*unghiul sectorului desfășurării*

$u^0 = \frac{360^0 R}{G}$

### Trunchiul de con



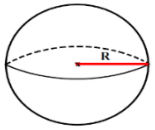

$A_L = \pi G\,(R+r)$

$A_T = A_L + A_B + A_b$

$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

$G^2 = h^2 + (R-r)^2$

### Sfera




$A = 4\pi R^2$

$V = \frac{4\pi R^3}{3}$